

6 класс

6.1. Разрежьте данную фигуру (см. рисунок) на три равных фигуры.

Ответ: см. рис. 6.1.

Исходная фигура состоит из восемнадцати клеток, следовательно, каждая из трех фигур, на которые нужно ее разбить, должна состоять из шести клеток. Перебором устанавливаем, что 5 клеток искомой фигуры должны лежать в одном ряду.

Учащимся достаточно привести только ответ.

+ приведен верный ответ

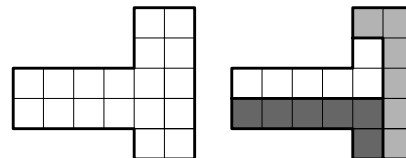


Рис. 6.1

6.2. Во время игры в шахматы у Ёжика в какой-то момент оказалось на доске в два раза меньше фигур, чем у Медвежонка, при этом их было в пять раз меньше, чем свободных клеток на доске. Сколько фигур Медвежонка было съедено к этому моменту? (Напомним, что размер доски 8×8 и в начале игры у каждого по 16 фигур.)

Ответ: ни одной фигуры не было съедено.

Пусть у Ёжика осталось x фигур, тогда у Медвежонка осталось $2x$ фигур, а свободных клеток на доске — $5x$. По условию задачи $x + 2x + 5x = 64$. Таким образом, $x = 8$. Следовательно, у Медвежонка — 16 фигур, то есть ни одной не съедено.

Вместо составления уравнения могут быть проведены рассуждения, решающие задачу «на части».

+ приведены верное решение и верный ответ

± верно и обоснованно найдено количество фигур Ёжика, но ответ дан неверно

∓ приведен только верный ответ

6.3. Два десятка лимонов стоят столько же рублей, сколько дают лимонов на 500 рублей. Сколько стоит десяток лимонов?

Ответ: 50 рублей.

Составим пропорцию по условию задачи:

20 лимонов	—	x р;
x лимонов	—	500 р.

Таким образом, $20 : x = x : 500$, то есть $x \cdot x = 20 \cdot 500$; $x \cdot x = 10000$; $x = 100$. Два десятка лимонов стоят 100 рублей, значит, один десяток стоит 50 рублей.

Можно также найти ответ подбором, проверить, что он удовлетворяет условию задачи, а затем показать, что как в случае, когда десяток лимонов стоит больше, чем 50 рублей, так и в случае, когда десяток лимонов стоит меньше, чем 50 рублей, условие задачи не выполняется.

+ приведены полное решение и верный ответ

± верно составлено и решено уравнение, но допущена ошибка в ответе

∓ уравнение верно составлено, но не решено

∓ приведен верный ответ и показано только, что он удовлетворяет условию, но не доказано, что других ответов нет

– приведен только верный ответ

6.4. В тюрьме Кошечка пять камер, пронумерованных числами от 1 до 5. В каждой камере сидит по одному узнику. Василиса уговорила Кошечку провести эксперимент: на стене каждой камеры она один раз напишет какой-нибудь номер и в полночь каждый узник перейдет в камеру с указанным номером (если номер на стене совпадает с номером камеры, то узник никуда не переходит). В следующую полночь узники опять должны перейти из камеры в камеру согласно указаниям на стене, и так они действуют в течение пяти ночей. Если расположение узников в камерах в течение всех шести дней (включая первый) ни разу не повторится, то Василисе дадут звание Премудрой, а узников отпустят. Помогите Василисе написать номера в камерах.

Ответ: например: 2, 1, 4, 5, 3 (в порядке номеров камер).

Пусть Василиса запишет на стенах камер указанный набор номеров. Тогда первые два узника будут каждую ночь меняться местами, то есть каждый из них будет возвращаться на свое изначальное место раз в два дня. Остальные три узника будут возвращаться на свои места раз в три дня. Поскольку числа 2 и 3 взаимно просты, то мы получим шесть различных размещений узников по камерам.

Приведенный пример — не единственный. На самом деле, годится любая перестановка номеров от 1 до 5, в результате применения которой два узника меняются местами друг с другом, а остальные три — ходят «по циклу». Например, 25431, 23154, 34521, и так далее. Это можно представить наглядно следующим образом:

I день	II день	III день	IV день	V день	VI день
ABCDE	BAECD	ABDEC	BACDE	ABECD	BADEC

+ приведен любой из верных ответов и обосновано, почему размещения узников по камерам будут различаться

± приведен любой из верных ответов без обоснований

6.5. Шестизначное табло в автомобиле показывает, сколько километров автомобиль проехал с момента покупки. Сейчас на нем высвечивается число, в котором есть четыре «семерки». Может ли оказаться так, что еще через 900 км на табло высветится число, в котором ровно одна «семерка»?

Ответ: нет, не может.

Для того чтобы в результате осталась всего одна «семерка», нужно избавиться от трех остальных. Заметим, что при добавлении к шестизначному числу числа 900 наверняка изменится цифра в разряде сотен. Кроме того, если цифра в разряде сотен была отлична от нуля, то изменится цифра и в разряде тысяч. Таким образом мы сможем избавиться от двух «семерок».

Для того чтобы изменить еще одну цифру исходного числа, в разряде тысяч должна стоять цифра 9. Но в этом случае мы не избавимся от «семерки», так как вместо этого избавились от «девятки». Значит, и в разряде десятков тысяч должна также стоять цифра 9. В этом случае, исходное число на табло равно 799777. Но $799777 + 900 = 800677$, то есть сумма содержит две «семерки».

Следовательно, число с одной «семеркой» получить невозможно.

+ приведены верное решение и верный ответ

∓ верный ответ объяснен путем рассмотрения конкретных чисел (частных случаев)

– приведен только ответ